



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ, НАУКИ И МОЛОДЕЖИ РЕСПУБЛИКИ КРЫМ

**Государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
Республики Крым
«Крымский инженерно-педагогический университет имени Февзи Якубова»
(ГБОУВО РК КИПУ имени Февзи Якубова)**

Кафедра математики и физики

СОГЛАСОВАНО

Руководитель ОПОП

_____ Д.Д. Гельфанова

20 марта 2025 г.

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой

_____ Д.Д. Гельфанова

20 марта 2025 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.В.01.ДВ.01.02 «Метрические и евклидовы пространства»

направление подготовки 44.03.01 Педагогическое образование
профиль подготовки «Математика»

факультет психологии и педагогического образования

Симферополь, 2025

Рабочая программа дисциплины Б1.В.01.ДВ.01.02 «Метрические и евклидовы пространства» для бакалавров направления подготовки 44.03.01 Педагогическое образование. Профиль «Математика» составлена на основании ФГОС ВО, утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 22.02.2018 № 121.

Составитель

рабочей программы _____ Г.В. Шнарёва

подпись

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры математики и физики

от 12 февраля 2025 г., протокол № 7

Заведующий кафедрой _____ Д.Д. Гельфанова

подпись

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании УМК факультета психологии и педагогического образования

от 20 марта 2025 г., протокол № 7

Председатель УМК _____ Л.И. Аббасова

подпись

1.Рабочая программа дисциплины Б1.В.01.ДВ.01.02 «Метрические и евклидовы пространства» для бакалавриата направления подготовки 44.03.01 Педагогическое образование, профиль подготовки «Математика».

2.Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

2.1. Цель и задачи изучения дисциплины (модуля)

Цель дисциплины (модуля):

– усвоение теории евклидовых и метрических пространств, создание базы для изучения других дисциплин профиля Математика, освоение навыков самостоятельной работы со специальной литературой

Учебные задачи дисциплины (модуля):

- изучение основных математических методов применительно к решению научных задач;
- развитие логического и алгоритмического мышления, умения самостоятельно расширять и углублять математические знания;
- изучение развития математики в связи с научно-техническим прогрессом

2.2. Планируемые результаты освоения дисциплины

Процесс изучения дисциплины Б1.В.01.ДВ.01.02 «Метрические и евклидовы пространства» направлен на формирование следующих компетенций:

УК-1 - Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач

ПК-1 - Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач

ПК-5 - Способен организовывать индивидуальную и совместную учебно-проектную деятельность обучающихся в соответствующей предметной области

В результате изучения дисциплины студент должен:

Знать:

- методы критического анализа и оценки современных научных достижений (УК-1.1);
- основные принципы критического анализа (УК-1.1);
- закономерности, принципы и уровни формирования и реализации содержания математического образования (ПК-3.1.).

Уметь:

- находить, критически анализировать и выбирать информацию, необходимую для решения поставленной задачи (УК-1.2);

- проектировать элементы образовательной программы, рабочую программу учителя по математике; формулировать дидактические цели и задачи обучения математике и реализовывать их в образовательном процессе по математике; планировать, моделировать и реализовывать различные организационные формы в процессе обучения математике (урок, экскурсию, домашнюю, внеклассную и внеурочную работу); обосновывать выбор методов обучения математике и образовательных технологий, применять их в образовательной практике, исходя из особенностей содержания учебного материала, возраста и образовательных потребностей обучаемых; планировать и комплексно применять различные средства обучения математике.
- обосновывать и включать научно-исследовательские и научно-образовательные объекты в образовательную среду и процесс обучения математике; использовать возможности социокультурной среды региона в целях достижения результатов обучения математике.

Владеть:

- различными вариантами решения задачи и способностью оценивать их преимущества и риски (УК-1.3);
- умениями по планированию и проектированию образовательного процесса; методами обучения математике и современными образовательными технологиями.
- умениями по проектированию элементов образовательной среды школьной математики на основе учета возможностей конкретного региона.

3. Место дисциплины в структуре ОПОП.

Дисциплина Б1.В.01.ДВ.01.02 «Метрические и евклидовы пространства» относится к дисциплинам по выбору части, формируемой участниками образовательных отношений и входит в модуль "Фундаментальная математика" учебного плана.

4. Объем дисциплины (модуля)

(в зачетных единицах с указанием количества академических или астрономических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся)

Семестр	Общее кол-во часов	кол-во зач. единиц	Контактные часы						СР	Контроль (время на контроль)
			Всего	лек	лаб. зан.	прак. т.зан.	сем. зан.	ИЗ		
6	108	3	52	26		26			56	За
Итого по ОФО	108	3	52	26		26			56	

5. Содержание дисциплины (модуля) (структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических или астрономических часов и видов учебных занятий)

Наименование тем (разделов, модулей)	Количество часов														Форма текущего контроля
	очная форма							заочная форма							
	Всего	в том числе						Всего	в том числе						
		л	лаб	пр	сем	ИЗ	СР		л	лаб	пр	сем	ИЗ	СР	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Модуль 1. Метрические пространства.	15	4		4			7								устный опрос
Модуль 2. Сходимость. Открытые и замкнутые множества.	11	2		2			7								устный опрос
Модуль 3. Полные метрические пространства.	15	4		4			7								устный опрос; практическое задание
Модуль 4. Принцип сжимающих отображений	11	2		2			7								устный опрос
Модуль 5. Топологические пространства.	15	4		4			7								устный опрос
Модуль 6. Компактность.	11	2		2			7								устный опрос
Модуль 7. Нормированные пространства.	15	4		4			7								устный опрос
Модуль 8. Евклидовы пространства.	15	4		4			7								устный опрос; контрольная работа
Всего часов за 6 семестр	108	26		26			56								
Форма промеж. контроля	Зачет														
Всего часов дисциплине	108	26		26			56								
часов на контроль															

5. 1. Тематический план лекций

№ лекц	Тема занятия и вопросы лекции	Форма прове- дения (актив.,)	Количество часов
--------	-------------------------------	---	---------------------

		интерак.)	ОФО	ЗФО
1.	Тема лекции: Метрические пространства. Определение свойства. Примеры. <i>Основные вопросы:</i> Определение метрики и ее аксиомы. Определение метрического пространства. Пространства Лебега. Неравенства Минковского и Гельдера.	Акт.	2	
2.	Тема лекции: Сходимость. Открытые и замкнутые множества. <i>Основные вопросы:</i> Последовательности в метрическом пространстве. Сходимость по метрике функционального метрического пространства. Окрестность в метрическом пространстве. Предельные точки, точки сгущения и точки конденсации в метрическом пространстве.	Акт.	2	
3.	Тема лекции: Полные метрические пространства. Определение. Примеры. <i>Основные вопросы:</i> Фундаментальные последовательности в метрических пространствах, пределы в метрических пространствах. Определение полного метрического пространства. Критерий полноты метрического пространства. Конкретные примеры полных метрических пространств.	Акт.	2	
4.	Тема лекции: Арифметическое пространство. <i>Основные вопросы:</i> Определение n-мерного пространства. Метрика в арифметическом пространстве. Выполнение всех аксиом метрического пространства. Примеры арифметических пространств. Полнота арифметического пространства.	Акт.	2	

	Конечно-мерность арифметического пространства.			
5.	Тема лекции: Конечномерные линейные пространства. <i>Основные вопросы:</i> Определение линейного пространства. Линейно-независимые системы векторов. Базис в линейном (векторном) пространстве. Размерность конечно-мерного линейного пространства. Полнота конечно-мерного векторного пространства.	Акт.	2	
6.	Тема лекции: Принцип сжимающих отображений в метрическом пространстве. <i>Основные вопросы:</i> Определение сжимающего отображения. Примеры сжимающих отображений. Последовательность вложенных шаров. Теорема о неподвижной точке для сжимающего отображения.	Акт.	2	
7.	Тема лекции: Критерий полноты метрического пространства. <i>Основные вопросы:</i> Фундаментальные последовательности в метрических пространствах. Полные и неполные метрические пространства. Пополнение метрического пространства. Критерий А.Н. Колмогорова полноты метрического пространства.	Акт.	2	
8.	Тема лекции: Топологические пространства. Критерий метризуемости. <i>Основные вопросы:</i> Семейство открытых подмножеств фиксированного множества. Непрерывные отображения. Гомоморфизмы и изоморфизмы связность.	Акт.	2	
9.	Тема лекции: Базисы в бесконечномерных метрических пространствах.	Акт.	2	

	<i>Основные вопросы:</i> Определенные базисы. Размерность метрического пространства. Количество базисов в бесконечно-мерном пространстве. Бесконечно-мерные метрические пространства без базиса.			
10.	Тема лекции: Предкомпактность, компактность (бикompактность). <i>Основные вопросы:</i> Ограниченные множества в метрическом пространстве. Покрывание ограниченного замкнутого множества в метрическом пространстве конечным набором открытых множеств.	Акт.	2	
11.	Тема лекции: Евклидовы пространства. Определение и примеры. <i>Основные вопросы:</i> Скалярное произведение. Аксиомы скалярного произведения. Определение Евклидова пространства. Примеры. Неравенства Коши, Гельдера, Минковского.	Акт.	2	
12.	Тема лекции: Гильбертово пространство. Определение. Примеры. <i>Основные вопросы:</i> Скалярное произведение и его свойства (аксиомы). Неравенство Минковского и неравенство Коши-Буняковского. Слабая и сильная сходимость, связь между ними.	Акт.	2	
13.	Тема лекции: Банаховы пространства. <i>Основные вопросы:</i>	Акт.	2	

	Определение фундаментальной последовательности $\{A_n\}$. Сходимость в банаховом пространстве. Сильная и слабая сходимости. Связь между ними. Примеры банаховых пространств, не являющихся гилбертовыми.			
	Итого		26	0

5. 2. Темы практических занятий

№ занятия	Наименование практического занятия	Форма проведения (актив., интерак.)	Количество часов	
			ОФО	ЗФО
1.	Тема практического занятия: Метрические пространства. Проверка <i>Основные вопросы:</i> Аксиомы метрического пространства. Примеры метрических пространств.	Акт.	2	
2.	Тема практического занятия: Открытые и замкнутые множества. <i>Основные вопросы:</i> Определение открытых и замкнутых множеств. Операции над открытыми и замкнутыми множествами. Свойства открытых и замкнутых множеств.	Акт.	2	
3.	Тема практического занятия: Полнота метрических пространств. <i>Основные вопросы:</i> Определение полного метрического пространства. Примеры полных и неполных пространств. Способы доказательства полноты	Акт.	2	
4.	Тема практического занятия: Свойства арифметических пространств. <i>Основные вопросы:</i>	Акт.	2	

	Определение арифметического пространства. Примеры арифметических пространств. Инварианты арифметических пространств			
5.	Тема практического занятия: Базисы конечномерных пространств. <i>Основные вопросы:</i> Определение базиса и размерности. Примеры базисов в конкретных пространствах. Переход от одного базиса к другому.	Акт.	2	
6.	Тема практического занятия: Принцип сжимающих отображений. <i>Основные вопросы:</i> Теорема Банаха о фиксированной точке. Методы нахождения фиксированных точек	Акт.	2	
7.	Тема практического занятия: Исследование полноты метрических пространств. <i>Основные вопросы:</i> Критерии полноты метрических пространств. Неполные пространства и их пополнение.	Акт.	2	
8.	Тема практического занятия: Топологические пространства. <i>Основные вопросы:</i> Определение топологического пространства. Топологическая структура.	Акт.	2	
9.	Тема практического занятия: Доказательства существования базиса в бесконечномерных пространствах. <i>Основные вопросы:</i> Необходимость выбора базиса. Гильбертовы пространства.	Акт.	2	
10.	Тема практического занятия: Исследование множеств метрических пространств на компактность. <i>Основные вопросы:</i>	Акт.	2	

	Покрывание компактного множества конечным числом открытых множеств. Критерии компактности в метрических пространствах. Примеры компактных и некомпактных Некомпактные множества: бесконечные прямые, плоскости.			
11.	Тема практического занятия: Определение евклидовости метрического пространства. <i>Основные вопросы:</i> Евклидова структура пространства. Скалярное произведение и его свойства. Нормированное пространство как частный случай евклидова. Равенство Парсеваля. Геометрические интерпретации евклидовых пространств. Неевклидовы пространства.	Акт.	2	
12.	Тема практического занятия: Проверка метрического пространства на тот факт, что оно является гильбертовым. <i>Основные вопросы:</i> Определение гильбертова пространства. Полное пространство со скалярным произведением. Ортогональность и проектирование в гильбертовых пространствах. Условия гильбертовости. Полнота пространства. Выполнение условий скалярного	Акт.	2	
13.	Тема практического занятия: Решение задач на доказательство полноты линейного нормированного пространства. <i>Основные вопросы:</i>	Акт.	2	

	Нормированные пространства и их свойства. Норма как мера величины элемента пространства. Основные нормы в конечномерных и бесконечномерных пространствах.			
	Итого			

5.3. Темы семинарских занятий

(не предусмотрены учебным планом)

5.4. Перечень лабораторных работ

(не предусмотрено учебным планом)

5.5. Темы индивидуальных занятий

(не предусмотрено учебным планом)

6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

Самостоятельная работа по данной дисциплине включает такие формы работы как: работа с базовым конспектом; подготовка к устному опросу; работа с литературой, чтение дополнительной литературы; подготовка к контрольной работе; подготовка к практическому занятию; подготовка к зачету.

6.1. Содержание самостоятельной работы студентов по дисциплине (модулю)

№	Наименование тем и вопросы, выносимые на самостоятельную работу	Форма СР	Кол-во часов	
			ОФО	ЗФО
1	Тема: Метрические пространства. Основные вопросы:	работа с литературой, чтение дополнительной литературы	7	

	Аксиомы метрического пространства Определение расстояния между элементами множества. Формулировка и проверка аксиом метрического пространства: неотрицательность, симметричность, неравенство треугольника. Примеры метрических пространств Евклидова метрика. Метрики на множествах функций (например, равномерная метрика). Дискретная метрика. Проверка выполнения аксиом Показатели проверки аксиоматичности для конкретных примеров. Примеры пространств, не являющихся метрическими.			
2	Тема: Сходимость. Открытые и замкнутые множества. Основные вопросы: Определение открытых и замкнутых множеств Характеристика открытых множеств через окрестности точек. Замкнутые множества как дополнения открытых множеств. Операции над открытыми и замкнутыми множествами Пересечение и объединение открытых множеств. Дополнение замкнутых множеств и их пересечения. Свойства открытых и замкнутых множеств Связь между открытостью и замкнутостью множеств. Примеры открытых и замкнутых множеств в конкретных пространствах.	работа с литературой, чтение дополнительной литературы	7	
3	Тема:	работа с литературой	7	

	Полные метрические пространства. Основные вопросы: Определение полного метрического пространства Понятие последовательности Коши. Критерий полноты: всякая последовательность Коши сходится. Примеры полных и неполных пространств Способы доказательства полноты Проверка критерия Коши. Пополнение неполных пространств до полных.	литературой, чтение дополнительно й литературы; подготовка к практическому занятию		
4	Тема: Принцип сжимающих отображений. Основные вопросы: Определение сжимающего отображения Липшицево условие сжимаемости. Постоянная сжимаемости. Теорема Банаха о фиксированной точке Утверждение теоремы и её доказательство. Примеры применения теоремы. Методы нахождения фиксированных точек Итеративные методы. Приближённые методы поиска фиксированных точек.	работа с литературой, чтение дополнительно й литературы	7	
5	Тема: Топологические пространства. Основные вопросы:	работа с литературой, чтение дополнительно й литературы	7	

	Определение топологического пространства Система открытых множеств. Топологическая структура. Примеры топологических пространств Евклидовы пространства. Произвольные множества с заданной топологией. Основные свойства топологических пространств Отделимость и связность. Гомеоморфизмы и непрерывные отображения.			
6	Тема: Компактность. Основные вопросы: Определение компактности Покрывание компактного множества конечным числом открытых множеств. Критерии компактности в метрических пространствах. Примеры компактных и некомпактных множеств Некомпактные множества: бесконечные прямые, плоскости. Свойства компактных множеств Замкнутость и ограниченность. Связь компактности с полнотой и отделимостью.	работа с литературой, чтение дополнительной литературы	7	
7	Тема: Нормированные пространства. Основные вопросы: Определение нормированного пространства Норма как мера величины элемента пространства. Основные нормы в конечномерных и бесконечномерных пространствах. Примеры нормированных пространств	работа с литературой, чтение дополнительной литературы	7	
8	Тема:	работа с литературой, чтение дополнительной литературы	7	

Евклидовы пространства. Основные вопросы: Определение евклидова пространства Скалярное произведение и его свойства. Евклидова норма и расстояние. Примеры евклидовых пространств Пространство непрерывных функций на отрезке Свойства евклидовых пространств Ортогональность и ортонормированность. Геометрические интерпретации евклидовых пространств.	литературой, чтение дополнительно й литературы; подготовка к устному опросу; подготовка к контрольной работе		
Итого		56	

7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

7.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

Дескрипторы	Компетенции	Оценочные средства
УК-1		
Знать	методы критического анализа и оценки современных научных достижений (УК-1.1)	контрольная работа; устный опрос
Уметь	находить, критически анализировать и выбирать информацию, необходимую для решения поставленной задачи (УК-1.2)	контрольная работа; практическое задание
Владеть	различными вариантами решения задачи и способностью оценивать их преимущества и риски (УК-1.3)	зачет
ПК-1		
Знать	основные принципы критического анализа (УК-1.1)	устный опрос; контрольная работа

Уметь	проектировать элементы образовательной программы, рабочую программу учителя по математике; формулировать дидактические цели и задачи обучения математике и реализовывать их в образовательном процессе по математике; планировать, моделировать и реализовывать различные организационные формы в процессе обучения математике (урок, экскурсию, домашнюю, внеклассную и внеурочную работу); обосновывать выбор методов обучения математике и образовательных технологий, применять их в образовательной практике, исходя из особенностей содержания учебного материала, возраста и образовательных потребностей обучающихся; планировать и комплексно применять различные средства обучения математике.	контрольная работа
Владеть	умениями по планированию и проектированию образовательного процесса; методами обучения математике и современными образовательными технологиями.	зачет
ПК-5		
Знать	закономерности, принципы и уровни формирования и реализации содержания математического образования (ПК-3.1.).	устный опрос
Уметь	обосновывать и включать научно- исследовательские и научно- образовательные объекты в образовательную среду и процесс обучения математике; использовать возможности социокультурной среды региона в целях достижения результатов обучения математике.	контрольная работа
Владеть	умениями по проектированию элементов образовательной среды школьной математики на основе учета возможностей конкретного региона.	зачет

7.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

	Уровни сформированности компетенции
--	-------------------------------------

Оценочные средства	Компетентность неформирована	Базовый уровень компетентности	Достаточный уровень компетентности	Высокий уровень компетентности
устный опрос	Ответ представляет собой разрозненные знания с существенными ошибками по вопросу	Ответ не полный, с ошибками в деталях, умение раскрыть значение обобщённых знаний не показано, речевое оформление требует поправок, коррекции	Дан полный, развернутый ответ на поставленный вопрос, показано умение выделять существенные и несущественные признаки, причинно-следственные связи	Дан полный, развернутый ответ на поставленный вопрос
контрольная работа	Выполнено правильно менее 30% теоретической части, практическая часть или не сделана или выполнена менее 30%	Выполнено не менее 50% теоретической части и практических заданий (или полностью сделано практическое задание)	Выполнено 51 - 80% теор, части, практическое задание сделано полностью с несущественным и замечаниями	Выполнено более 80% теоретической части, практическое задание выполнено без замечаний
практическое задание	Выполнено с допущением грубых ошибок или не выполнено вообще	Выполнено, допущены некоторые неточности в вычислениях	Выполнено полностью с несущественным и замечаниями	Выполнено без замечаний
зачет	Не раскрыт полностью ни один теор. вопрос, практическое задание не выполнено или выполнено с грубыми ошибками	Теор. вопросы раскрыты с замечаниями, однако логика соблюдена. Практическое задание выполнено, но с замечаниями: намечен ход выполнения, однако не полно раскрыты возможности выполнения	Работа выполнена с несущественным и замечаниями	Работа выполнена полностью, оформлена по требованиям.

7.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

7.3.1. Примерные вопросы для устного опроса

1. Мера Лебега.
2. Измеримые функции.
3. Метрические пространства.
4. Банаховы пространства.
5. Гильбертовы и Евклидовы пространства.
6. Сопряженные пространства.
7. Вложение пространств.
8. Сильная и слабая сходимости в банаховых пространствах.
9. Интегральные операторы в Лебеговых пространствах.
10. Элементы теории обобщенных функций: определение, сходимости.

7.3.2. Примерные задания для контрольной работы

1. Дать определение метрического пространства. Привести примеры.
2. Дать определение нормированного пространства. Привести примеры.
3. Доказать, что нормированное пространство является метрическим пространством
4. Привести пример метрического пространства, которое не является нормированным.
5. Дать определение банахова пространства и привести примеры.
6. Дать определение Лебегова пространства.
7. Доказать, что гильбертово пространство является банаховым пространством.
8. Доказать, что евклидово пространство является нормированным пространством.
9. Чем отличаются друг от друга евклидовы и гильбертовы пространства?
10. Чем слабая сходимость отличается от сильной сходимости?

7.3.3. Примерные практические задания

1.Задание: Пусть дано множество $X=\{x \in \mathbb{R}: x > 0\}$ и функция $d(x,y)=|\ln x - \ln y|$. Проверьте, является ли (X,d) метрическим пространством, проверив выполнение следующих аксиом:

1. $d(x,y) \geq 0$ для любых $x,y \in X$, и $d(x,y)=0$ тогда и только тогда, когда $x=y$.
2. Симметричность: $d(x,y)=d(y,x)$.
3. Неравенство треугольника: $d(x,z) \leq d(x,y)+d(y,z)$.

2.Задание: Рассмотрим метрическое пространство (Q,d) , где $d(x,y)=|x-y|$ — обычная метрика на множестве рациональных чисел Q . Покажите, что это пространство неполное, приведя пример последовательности Коши $\{q_n\}$, которая не сходится ни к какому элементу из Q .

3.Задание: Рассмотрим сжимающее отображение $f:[0,1] \rightarrow [0,1]$, определенное как $f(x)=x^2+14x+41$. Используя принцип сжимающих отображений, найдите фиксированную точку данного отображения и докажите её существование и единственность

7.3.4. Вопросы к зачету

1. Множества и действия над ними.
2. Определение меры. Меры Лебега.
3. Измеримые множества, примеримые функции.
4. Интеграл Лебега.
5. Конечно-мерные пространства.
6. Линейные пространства.
7. Метрические пространства.
8. Евклидовы и унитарные пространства.
9. Лебеговы пространства.
10. Теоремы вложения.
11. Сходимость последовательностей в метрических пространствах.
12. Нормированные пространства.
13. Топологические пространства. Метризуемость топологических пространств.
14. Линейные операторы и функционалы в различных пространствах.
15. Банаховы и гильбертовы пространства.
16. Определение сжимающего отображения.
17. Непрерывные отображения метрических пространств.
18. Классификация пространств.

19. Внутренние, внешние и граничные точки множества в метрическом пространстве.
20. Определение метрики в нормированном пространстве.
21. Применения принципа сжимающих отображений.
22. Компактные множества и их свойства.
23. Равносильность различных определений компакта в метрическом пространстве.
24. Теорема о сжимающих отображениях.
25. Окрестность в метрическом пространстве.
26. Неравенство Минковского и Гельдера.
27. Критерий полноты метрического пространства.
28. Конечность мерности арифметического пространства.
29. Базис в линейном пространстве.
30. Последовательность вложенных шаров.
31. Критерий А.Н. Колмогорова полноты метрического пространства.
32. Бесконечно-мерные метрические пространства без базиса.
33. Ограниченные множества в метрическом пространстве.
34. Скалярное произведение и его свойства (аксиомы).
35. Сильная и слабая сходимости. Связь между ними.

7.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

7.4.1. Оценивание устного опроса

Критерий оценивания	Уровни формирования компетенций		
	Базовый	Достаточный	Высокий
Полнота и правильность ответа	Ответ полный, но есть замечания, не более 3	Ответ полный, последовательный, но есть замечания, не более 2	Ответ полный, последовательный, логичный
Степень осознанности, понимания изученного	Материал усвоен и излагается осознанно, но есть не более 3 несоответствий	Материал усвоен и излагается осознанно, но есть не более 2 несоответствий	Материал усвоен и излагается осознанно

Языковое оформление ответа	Речь, в целом, грамотная, соблюдены нормы культуры речи, но есть замечания, не более 4	Речь, в целом, грамотная, соблюдены нормы культуры речи, но есть замечания, не более 2	Речь грамотная, соблюдены нормы культуры речи
----------------------------	--	--	---

7.4.2. Оценивание выполнения контрольной работы

Критерий оценивания	Уровни формирования компетенций		
	Базовый	Достаточный	Высокий
Полнота и правильность ответа	Ответ полный, но есть замечания, не более 3	Ответ полный, последовательный, но есть замечания, не более 2	Ответ полный, последовательный, логичный
Степень осознанности, понимания изученного	Материал усвоен и излагается осознанно, но есть не более 3 несоответствий	Материал усвоен и излагается осознанно, но есть не более 2 несоответствий	Материал усвоен и излагается осознанно
Языковое оформление ответа	Речь, в целом, грамотная, соблюдены нормы культуры речи, но есть замечания, не более 4	Речь, в целом, грамотная, соблюдены нормы культуры речи, но есть замечания, не более 2	Речь грамотная, соблюдены нормы культуры речи
Соблюдение требований к оформлению	Не более 4 замечаний	Не более 3 замечаний	Правильное оформление ссылок на используемую литературу; грамотность и культура изложения; владение терминологией и понятийным аппаратом проблемы; соблюдение требований к объему реферата
Грамотность	Не более 4 замечаний	Не более 3 замечаний	Отсутствие орфографических и синтаксических ошибок, стилистических погрешностей; отсутствие опечаток, сокращений слов, кроме общепринятых; литературный стиль

7.4.3. Оценивание практического задания

Критерий оценивания	Уровни формирования компетенций		
	Базовый	Достаточный	Высокий

Знание теоретического материала по предложенной проблеме	Теоретический материал усвоен	Теоретический материал усвоен и осмыслен	Теоретический материал усвоен и осмыслен, может быть применен в различных ситуациях по необходимости
Овладение приемами работы	Студент может применить имеющиеся знания для решения новой задачи, но необходима помощь преподавателя	Студент может самостоятельно применить имеющиеся знания для решения новой задачи, но возможно не более 2 замечаний	Студент может самостоятельно применить имеющиеся знания для решения новой задачи
Самостоятельность	Задание выполнено самостоятельно, но есть не более 3 замечаний	Задание выполнено самостоятельно, но есть не более 2 замечаний	Задание выполнено полностью самостоятельно

7.4.4. Оценивание зачета

Критерий оценивания	Уровни формирования компетенций		
	Базовый	Достаточный	Высокий
Полнота ответа, последовательность и логика изложения	Ответ полный, но есть замечания, не более 3	Ответ полный, последовательный, но есть замечания, не более 2	Ответ полный, последовательный, логичный
Правильность ответа, его соответствие рабочей программе учебной дисциплины	Ответ соответствует рабочей программе учебной дисциплины, но есть замечания, не более 3	Ответ соответствует рабочей программе учебной дисциплины, но есть замечания, не более 2	Ответ соответствует рабочей программе учебной дисциплины
Способность студента аргументировать свой ответ и приводить примеры	Ответ аргументирован, примеры приведены, но есть не более 3 несоответствий	Ответ аргументирован, примеры приведены, но есть не более 2 несоответствий	Ответ аргументирован, примеры приведены
Осознанность излагаемого материала	Материал усвоен и излагается осознанно, но есть не более 3 несоответствий	Материал усвоен и излагается осознанно, но есть не более 2 несоответствий	Материал усвоен и излагается осознанно
Соответствие нормам культуры речи	Речь, в целом, грамотная, соблюдены нормы культуры речи, но есть замечания, не более 4	Речь, в целом, грамотная, соблюдены нормы культуры речи, но есть замечания, не более 2	Речь грамотная, соблюдены нормы культуры речи
Качество ответов на вопросы	Есть замечания к ответам, не более 3	В целом, ответы раскрывают суть вопроса	На все вопросы получены исчерпывающие ответы

7.5. Итоговая рейтинговая оценка текущей и промежуточной аттестации студента по дисциплине

По учебной дисциплине «Метрические и евклидовы пространства» используется 4-балльная система оценивания, итог оценивания уровня знаний обучающихся предусматривает зачёт. Зачет выставляется во время последнего практического занятия при условии выполнения не менее 60% учебных поручений, предусмотренных учебным планом и РПД. Наличие невыполненных учебных поручений может быть основанием для дополнительных вопросов по дисциплине в ходе промежуточной аттестации. Во всех остальных случаях зачет сдается обучающимися в даты, назначенные преподавателем в период соответствующий промежуточной аттестации.

Шкала оценивания текущей и промежуточной аттестации студента

Уровни формирования компетенции	Оценка по четырехбалльной шкале
	для зачёта
Высокий	зачтено
Достаточный	
Базовый	
Компетенция не сформирована	не зачтено

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Основная литература.

№ п/п	Библиографическое описание	Тип (учебник, учебное пособие, учебно-метод пособие, др.)	Кол-во в библи.
1.	Платонова, О. А. Математический анализ: учебное пособие / О. А. Платонова. — Москва: РУТ (МИИТ), 2019 — Часть 4 — 2019. — 64 с.	учебное пособие	https://e.lanbook.com/book/175709
2.	Карташев, А. П. Математический анализ : учебное пособие / А. П. Карташев, Б. Л. Рождественский. — 2-е изд. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 448 с. — ISBN 978-5-8114-0700-2. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/210116 (дата обращения: 12.04.2022). — Режим доступа: для авториз. пользователей.	учебное пособие	https://e.lanbook.com/book/210116

3.	Шаронов А. В. Прикладной функциональный анализ [Электронный ресурс] : практикум. - Москва: МИСИС, 2019. - 40 с.	практикум	https://e.lanbook.com/book/129037
4.	Королев, А. С. Функциональный анализ систем с использованием средств моделирования системной инженерии: учебно-методическое пособие / А. С. Королев. — Москва: РТУ МИРЭА, 2020. — 108 с.	учебно-методическое пособие	https://e.lanbook.com/book/167592

Дополнительная литература.

№ п/п	Библиографическое описание	Тип (учебник, учебное пособие, учебно-метод пособие, др.)	Кол-во в библи.
1.	Певзнер, Л. Д. Практикум по математическим основам теории систем : учебное пособие / Л. Д. Певзнер. - Санкт-Петербург : Лань, 2013. - 400 с.	Учебные пособия	https://e.lanbook.com/book/10254
2.	Маслова, Ю. В. Основы многомерной геометрии : учебно-методическое пособие / Ю. В. Маслова. — Санкт-Петербург : РГПУ им. А. И. Герцена, 2018 — Часть 2 : Евклидовы пространства — 2018. - 57 с.	Учебно-методические пособия	https://e.lanbook.com/book/136688

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля)

- 1.Поисковые системы: <http://www.rambler.ru>, <http://yandex.ru>,
- 2.Федеральный образовательный портал www.edu.ru.
- 3.Российская государственная библиотека <http://www.rsl.ru/ru>
- 4.Государственная публичная научно-техническая библиотека России URL: <http://gpntb.ru>.
- 5.Государственное бюджетное учреждение культуры Республики Крым «Крымская республиканская универсальная научная библиотека» <http://franco.crimealib.ru/>
- 6.Педагогическая библиотека <http://www.pedlib.ru/>
- 7.Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU (РИНЦ) <http://elibrary.ru/defaultx.asp>

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Общие рекомендации по самостоятельной работе бакалавров

Подготовка современного бакалавра предполагает, что в стенах университета он овладеет методологией самообразования, самовоспитания, самосовершенствования. Это определяет важность активизации его самостоятельной работы.

Самостоятельная работа формирует творческую активность бакалавров, представление о своих научных и социальных возможностях, способность вычленять главное, совершенствует приемы обобщенного мышления, предполагает более глубокую проработку ими отдельных тем, определенных программой.

Основными видами и формами самостоятельной работы студентов по данной дисциплине являются: самоподготовка по отдельным вопросам; работа с базовым конспектом; подготовка к устному опросу; работа с литературой, чтение дополнительной литературы; подготовка к контрольной работе; подготовка к практическому занятию; подготовка к зачету.

Важной частью самостоятельной работы является чтение учебной литературы. Основная функция учебников – ориентировать в системе тех знаний, умений и навыков, которые должны быть усвоены по данной дисциплине будущими специалистами. Учебник также служит путеводителем по многочисленным произведениям, ориентируя в именах авторов, специализирующихся на определённых научных направлениях, в названиях их основных трудов. Вторая функция учебника в том, что он очерчивает некий круг обязательных знаний по предмету, не претендуя на глубокое их раскрытие.

Чтение рекомендованной литературы – это та главная часть системы самостоятельной учебы бакалавра, которая обеспечивает подлинное усвоение науки. Читать эту литературу нужно по принципу: «идея, теория, метод в одной, в другой и т.д. книгах».

Во всех случаях рекомендуется рассмотрение теоретических вопросов не менее чем по трем источникам. Изучение проблемы по разным источникам – залог глубокого усвоения науки. Именно этот блок, наряду с выполнением практических заданий является ведущим в структуре самостоятельной работы студентов.

Вниманию бакалавров предлагаются список литературы, вопросы к самостоятельному изучению и вопросы к зачету.

Для успешного овладения дисциплиной необходимо выполнять следующие требования:

- 1) выполнять все определенные программой виды работ;
- 2) посещать занятия, т.к. весь тематический материал взаимосвязан между собой и, зачастую, самостоятельного теоретического овладения пропущенным материалом недостаточно для качественного его усвоения;

- 3) все рассматриваемые на занятиях вопросы обязательно фиксировать в отдельную тетрадь и сохранять её до окончания обучения в вузе;
- 4) проявлять активность при подготовке и на занятиях, т.к. конечный результат овладения содержанием дисциплины необходим, в первую очередь, самому бакалавру;
- 5) в случаях пропуска занятий по каким-либо причинам обязательно отрабатывать пропущенное преподавателю во время индивидуальных консультаций.

Внеурочная деятельность бакалавра по данной дисциплине предполагает:

- самостоятельный поиск ответов и необходимой информации по предложенным вопросам;
- выполнение практических заданий;
- выработку умений научной организации труда.

Успешная организация времени по усвоению данной дисциплины во многом зависит от наличия у бакалавра умения самоорганизовать себя и своё время для выполнения предложенных домашних заданий. Объём заданий рассчитан максимально на 2-3 часа в неделю. При этом алгоритм подготовки будет следующим:

- 1 этап – поиск в литературе теоретической информации по предложенным преподавателем вопросам;
- 2 этап – осмысление полученной информации, освоение терминов и понятий;
- 3 этап – составление плана ответа на каждый вопрос;
- 4 этап – поиск примеров по данной проблематике.

Работа с базовым конспектом

Программой дисциплины предусмотрено чтение лекций в различных формах их проведения: проблемные лекции с элементами эвристической беседы, информационные лекции, лекции с опорным конспектированием, лекции-визуализации.

На лекциях преподаватель рассматривает вопросы программы курса, составленной в соответствии с государственным образовательным стандартом. Из-за недостаточного количества аудиторных часов некоторые темы не удастся осветить в полном объеме, поэтому преподаватель, по своему усмотрению, некоторые вопросы выносит на самостоятельную работу студентов, рекомендуя ту или иную литературу.

Кроме этого, для лучшего освоения материала и систематизации знаний по дисциплине, необходимо постоянно разбирать материалы лекций по конспектам и учебным пособиям.

Во время самостоятельной проработки лекционного материала особое внимание следует уделять возникшим вопросам, непонятным терминам, спорным точкам зрения. Все такие моменты следует выделить или выписать отдельно для дальнейшего обсуждения на практическом занятии. В случае необходимости обращаться к преподавателю за консультацией. Полный список литературы по дисциплине приведен в рабочей программе дисциплины.

Подготовка к практическому занятию

Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям

Подготовка к практическому занятию включает следующие элементы самостоятельной деятельности: четкое представление цели и задач его проведения; выделение навыков умственной, аналитической, научной деятельности, которые станут результатом предстоящей работы.

Выработка навыков осуществляется с помощью получения новой информации об изучаемых процессах и с помощью знания о том, в какой степени в данное время студент владеет методами исследовательской деятельности, которыми он станет пользоваться на практическом занятии.

Следовательно, работа на практическом занятии направлена не только на познание студентом конкретных явлений внешнего мира, но и на изменение самого себя.

Второй результат очень важен, поскольку он обеспечивает формирование таких общекультурных компетенций, как способность к самоорганизации и самообразованию, способность использовать методы сбора, обработки и интерпретации комплексной информации для решения организационно-управленческих задач, в том числе находящихся за пределами непосредственной сферы деятельности студента. процессов и явлений, выделяют основные способы доказательства авторами научных работ ценности того, чем они занимаются.

В ходе самого практического занятия студенты сначала представляют найденные ими варианты формулировки актуальности исследования, обсуждают их и обосновывают свое мнение о наилучшем варианте.

Объём заданий рассчитан максимально на 1-2 часа в неделю.

Подготовка к устному опросу

С целью контроля и подготовки студентов к изучению новой темы вначале каждой практического занятия преподавателем проводится индивидуальный или фронтальный устный опрос по выполненным заданиям предыдущей темы.

Критерии оценки устных ответов студентов:

- правильность ответа по содержанию задания (учитывается количество и характер ошибок при ответе);
- полнота и глубина ответа (учитывается количество усвоенных фактов, понятий и т.п.);
- сознательность ответа (учитывается понимание излагаемого материала);
- логика изложения материала (учитывается умение строить целостный, последовательный рассказ, грамотно пользоваться специальной терминологией);
- рациональность использованных приемов и способов решения поставленной учебной задачи (учитывается умение использовать наиболее прогрессивные и эффективные способы достижения цели);
- своевременность и эффективность использования наглядных пособий и технических средств при ответе (учитывается грамотно и с пользой применять наглядность и демонстрационный опыт при устном ответе);
- использование дополнительного материала (обязательное условие);
- рациональность использования времени, отведенного на задание (не одобряется затянутость выполнения задания, устного ответа во времени, с учетом индивидуальных особенностей студентов).

Подготовка к зачету

Зачет является традиционной формой проверки знаний, умений, компетенций, сформированных у студентов в процессе освоения всего содержания изучаемой дисциплины. Обычный зачет отличается от экзамена только тем, что преподаватель не дифференцирует баллы, которые он выставляет по его итогам.

Самостоятельная подготовка к зачету должна осуществляться в течение всего семестра, а не за несколько дней до его проведения.

Подготовка включает следующие действия. Прежде всего нужно перечитать все лекции, а также материалы, которые готовились к семинарским и практическим занятиям в течение семестра. Затем надо соотнести эту информацию с вопросами, которые даны к зачету. Если информации недостаточно, ответы находят в предложенной преподавателем литературе. Рекомендуются делать краткие записи. Речь идет не о шпаргалке, а о формировании в сознании четкой логической схемы ответа на вопрос. Накануне зачета необходимо повторить ответы, не заглядывая в записи. Время на подготовку к зачету по нормативам университета составляет не менее 4 часов.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю) (включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости))

Информационные технологии применяются в следующих направлениях:
оформление письменных работ выполняется с использованием текстового редактора;

демонстрация компьютерных материалов с использованием мультимедийных технологий;

использование информационно-справочного обеспечения, такого как: правовые справочные системы (Консультант+ и др.), онлайн словари, справочники (Грамота.ру, Интуит.ру, Википедия и др.), научные публикации.

использование специализированных справочных систем (электронных учебников, справочников, коллекций иллюстраций и фотоизображений, фотобанков, профессиональных социальных сетей и др.).

OpenOffice Ссылка: <http://www.openoffice.org/ru/>

Mozilla Firefox Ссылка: <https://www.mozilla.org/ru/firefox/new/>

Libre Office Ссылка: <https://ru.libreoffice.org/>

Do PDF Ссылка: <http://www.dopdf.com/ru/>

7-zip Ссылка: <https://www.7-zip.org/>

Free Commander Ссылка: <https://freecommander.com/ru>

be Reader Ссылка: <https://acrobat.adobe.com/ru/ru/acrobat/pdf-reader.html>попо

Gimp (графический редактор) Ссылка: <https://www.gimp.org/>

ImageMagick (графический редактор) Ссылка: <https://imagemagick.org/script/index.php>

VirtualBox Ссылка: <https://www.virtualbox.org/>

Adobe Reader Ссылка: <https://acrobat.adobe.com/ru/ru/acrobat/pdf-reader.html>

Операционная система Windows 8.1 Лицензионная версия по договору №471\1 от 11.12.2014 г.

Электронно-библиотечная система Библиокомплектатор

Национальна электронная библиотека - федеральное государственное бюджетное учреждение «Российская государственная библиотека» (ФГБУ «РГБ»)

Редакция Базы данных «ПОЛПРЕД Справочники»

Электронно-библиотечная система «ЛАНЬ»

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

- компьютерный класс и доступ к сети Интернет (во время самостоятельной подготовки) (должен быть приложен график занятости компьютерного класса);
- проектор, совмещенный с ноутбуком для проведения лекционных занятий преподавателем и презентации студентами результатов работы
- раздаточный материал для проведения групповой работы.

13. Особенности организации обучения по дисциплине обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ)

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ОВЗ:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;
- создание контента, который можно представить в различных видах без потерь данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества;
- создание возможности для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников – например, так, чтобы лица с нарушением слуха получали информацию визуально, с нарушением зрения – аудиально;
- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счет альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;
- применение дистанционных образовательных технологий для передачи учебных занятий, выступления с докладами и защитой выполненных работ, проведение тренингов, организации коллективной работы;
- применение дистанционных образовательных технологий для организации текущего и промежуточного контроля;
- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ОВЗ форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи: зачет и экзамен, проводимый в письменной форме, – не более чем на 90 мин., проводимый в устной форме – не более чем на 20 мин., – продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы – не более чем на 15 мин.

14. Виды занятий, проводимых в форме практической подготовки

(не предусмотрено при изучении дисциплины)